invertierender Verstärker (Weiterführung):

$$U_D \approx 0, V_U = -\frac{R_2}{R_1} \ (180° \, Phasendrehung)$$

Eingangswiderstand:

$$r_e = \frac{U_e}{I_e} \Rightarrow I_e = \frac{U_e}{R_1} \Rightarrow r_e = R_1$$

<u>Nicht-invertierender Verstärker</u>

- erzeugt keine Phasendrehung zwischen Ein- und Ausgangssignal

Betrachtung der Schaltung im Zeitbereich:

1. $U_I = 0V$:
   $U_D = 0V, U_Q = 0V, U_{inv.} = 0V$

2. $U_I = 3V$ (Kurz nach dem Schalten der Eingangsspannung):
   $U_D = 3V, U_Q = 0V, U_{inv.} = 0V$
   ➔ positives U_D sorgt für positives U_Q

3. $U_I = 3V, U_Q = 3V$:
   Am Spannungsteiler zwischen R_1 und R_2 ergibt sich:
   $$U_Q \cdot \frac{R_1}{R_{ges}} = 3V \cdot \frac{10k\Omega}{30k\Omega} = 1V$$

4. $U_I = 3V, U_Q = 8,7V$
   Am Spannungsteiler zwischen R_1 und R_2 ergibt sich:
   $$U_Q \cdot \frac{R_1}{R_{ges}} = 8,7V \cdot \frac{10k\Omega}{30k\Omega} = 2,9V$$

5. $U_I = 3V, U_Q = 8,97V$
   Am Spannungsteiler zwischen R_1 und R_2 ergibt sich:
   $$U_Q \cdot \frac{R_1}{R_{ges}} = 8,97V \cdot \frac{10k\Omega}{30k\Omega} = 2,99V$$

   ➔ $U_{inv.}$ geht gegen 3V → U_D wird auf 0V gezogen!!

Analyse der Schaltung:

Annahmen:

(1) Kein Strom fließt in den OP → $I_{(-)}, I_{(+)} = 0A$

(2) $U_D \approx 0V$ (bei aktiver Gegenkopplung)

Es gilt:

$$U_Q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U_{R1}$$

weil $U_D = 0V$ muss gelten → $U_{R1} = U_I$

$$\Rightarrow U_Q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U_I$$

$$V_U = \frac{U_Q}{U_I} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

mit $R_2 = 20k\Omega$ und $R_1 = 10k\Omega$ ergibt sich $V_U = 3$

- ➔ siehe Zustandsbetrachtung → $U_I = 3V \rightarrow U_Q = 9V$ wird eingestellt (solange Aussteuergrenze nicht erreicht ist)

Eingangswiderstand:

$r_e = \infty$ (Werte im hochohmigen Bereich, Datenblattwert des OP)

Anwendungsbeispiel:

Es soll eine nicht-invertierende Verstärkerschaltung entwickelt werden, bei der die Verstärkung von 1 bis 10 über ein 10k-Poti eingestellt werden kann.

Variante 1: Poti ersetzt R_1

Das Poti wird mit den beiden Enden für R_1 eingesetzt, der Schleifer ist an den invertierenden Eingang angeschlossen.

Wenn Poti in Stellung $R_{P2} = 0\Omega, R_{P1} = 10k\Omega$

- ➔ $R_2 = R_X + R_{P1}, R_1 = 0\Omega$ → keine Gegenkopplung mehr vorhanden!!
- ➔ der invertierende Eingang des OP ist fest an Masse angebunden!!

Variante 2: Poti ersetzt R_2

Das Poti wird mit den beiden Enden für R_2 eingesetzt, der Schleifer ist an den invertierenden Eingang angeschlossen.

Wenn Poti in Stellung $R_{P1} = 0\Omega, R_{P2} = 10k\Omega$

- ➔ $V_U = \dfrac{0\Omega}{10k\Omega + R_X} + 1 = 1$

Wenn Poti in Stellung $R_{P1} = 10k\Omega, R_{P2} = 0\Omega$

- ➔ $V_U = \dfrac{10k\Omega}{R_X} + 1 = 10 \Leftrightarrow 9 = \dfrac{10k\Omega}{R_X} \Leftrightarrow R_X = 1{,}1k\Omega$

Variante des nicht-invertierenden Verstärkers: Impedanzwandler

$R_1 \rightarrow \infty, R_2 = 0\Omega$

$V_U = 1$

- hoher Eingangswiderstand (bedingt durch OP)
- geringer Ausgangswiderstand
- Problem: Geschwindigkeit wesentlich schlechter als bei Kollektorschaltung (siehe z.B. Slew Rate)

Summierer/Addierer

Analyse der Schaltung:

$$I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{U_{I1}}{R_1},\ I_2 = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{U_{I2}}{R_2},\ I_3 = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{U_{I3}}{R_3}$$

$$I_4 = \frac{U_{R4}}{R_4}\ \ mit\ \ U_Q = -U_{R4} \Rightarrow I_4 = -\frac{U_Q}{R_4}$$

Es gilt: $I_1 + I_2 + I_3 = I_4$

einsetzen ergibt:

$$\frac{U_{I1}}{R_1} + \frac{U_{I2}}{R_2} + \frac{U_{I3}}{R_3} = -\frac{U_Q}{R_4} \Leftrightarrow U_Q = -R_4 \cdot \left(\frac{U_{I1}}{R_1} + \frac{U_{I2}}{R_2} + \frac{U_{I3}}{R_3}\right)$$

- ➔ R_4 als Multiplikator der Gesamtspannung am Ausgang
- ➔ gewichtete Summe der Eingangsspannungen

Zahlenbeispiel:

$$U_{I1} = 0,2V, U_{I2} = 1V, U_{I3} = -0,5V, R_1 = 10k\Omega, R_2 = 5k\Omega, R_3 = 5k\Omega, R_4 = 10k\Omega$$

$$I_1 = \frac{U_{I1}}{R_1} = \frac{0,2V}{10k\Omega} = 20\mu A$$

$$I_2 = \frac{U_{I2}}{R_2} = \frac{1V}{5k\Omega} = 200\mu A$$

$$I_3 = \frac{U_{I3}}{R_3} = \frac{0,5V}{5k\Omega} = 100\mu A$$

$$I_4 = I_1 + I_2 - I_3 = 20\mu A + 200\mu A - 100\mu A = 120\mu A$$

$$-U_Q = 10k\Omega \cdot 120\mu A = 1,2V \Rightarrow U_Q = -1,2V$$

Anwendungsbeispiel:
- D/A Wandler (z.B. in MP3-Playern)
- Bits werden mit Schaltern (Transistoren als Schalter) versehen, welche jeweils einen Anteil an der Eingangsspannung durchgeben
- Bsp. 3 Bit: $-U_Q = Bit\,2 \cdot 1 + Bit\,1 \cdot \frac{1}{2} + Bit\,0 \cdot \frac{1}{4}$

Differenzverstärker/Subtrahierer

$$U_{R4} = U_{I1} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4}$$

$$U_{R1} = U_{I2} - U_{R4}$$

$$I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{U_{I2} - U_{R4}}{R_1} = I_2 = \frac{U_{R2}}{R_2}$$

$U_Q + U_{R2} - U_{R4} = 0 \Rightarrow U_Q = U_{R4} - U_{R2}$

$$\frac{U_{I2} - U_{R4}}{R_1} = \frac{U_{R4} - U_Q}{R_2} \Rightarrow U_Q = U_1 \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} - R_2 \cdot \frac{U_{I2} - U_{I1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}}{R_1}$$

mit z.B. $R_2 = R_4$ und $R_1 = R_3$

➔ $U_Q = \frac{R_2}{R_1} \cdot (U_{I1} - U_{I2})$

<u>Integrierender Verstärker/Integrator</u>

- muss aufgrund des Kondensators für Gleich und Wechselsignale getrennt betrachtet werden
- Annahme: $I_N = 0A, I_1 = I_C, U_D = 0V$

Analyse der Schaltung im Gleichstromfall:

$$I_1 = \frac{U_I}{R} = I_C = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

$$\frac{U_I}{R} \cdot C = \frac{dU_C}{dt}$$

$$\int \frac{U_I}{R \cdot C} dt = U_C = -U_Q$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{R \cdot C} \cdot \int U_I dt = U_Q$$

$$\Rightarrow T_i = R \cdot C$$

T_i = Integrationszeit → es braucht die Zeit T_i, damit sich die Ausgangsspannung U_Q um den Betrag der Eingangsspannung ändert

Frequenzverhalten des Integrators (Eingangsspannung ist sinusförmig!!):

Es gilt: $V_U = -\frac{Z_2}{Z_1}$ $(Z_1, Z_2 \; sind \; Impedanzen)$

$$Z_1 = R, \; Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$$

einsetzen in V_U ergibt:

$$V_U(j\omega) = -\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R} = -\frac{1}{j\omega C \cdot R} \xrightarrow{\cdot j} V_U(j\omega) = \frac{j}{\omega C \cdot R} = j \cdot \frac{1}{\omega C \cdot R}$$

$$\Rightarrow |V_U(\omega)| = \frac{1}{\omega C \cdot R}, \quad \varphi = 90°$$

- ist die Frequenz klein, wird die Verstärkung größer und konvergiert gegen unendlich
- ist die Frequenz groß, wird die Verstärkung kleiner und konvergiert gegen null

Zahlenbeispiel:
$C = 1\mu F,\ R = 10\,k\Omega$

$V_U = 0dB = 1 \rightarrow f = 15{,}9Hz$
$V_U = 20dB = 10 \rightarrow f = 1{,}59Hz$
$V_U = -20dB = 0{,}1 \rightarrow f = 159Hz$

Problem: Es fließt Strom bei I_N (in den OP hinein) → Fehler wird auf integriert und ist dadurch nicht mehr zu vernachlässigen

Lösung: Man schaltet einen zweiten ohmschen Widerstand parallel zu C → im Gleichstromfall funktioniert die Schaltung über den ohmschen Widerstand. Bei höheren Frequenzen wirkt der Kondensator.

Frequenzverhalten der Integrator-Variation:

$$V_U = -\frac{Z_2}{Z_1},\ Z_1 = R_1,\ Z_2 = R_2 \parallel C$$
$$\frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_2} + j\omega C = \frac{1 + j\omega C \cdot R_2}{R_2}$$
$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + j\omega C \cdot R_2}$$

Berechnung von V_U:

$$V_U(j\omega) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{\frac{R_2}{1 + j\omega C \cdot R_2}}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1 \cdot (1 + j\omega C \cdot R_2)} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega C \cdot R_2}$$
$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1 - j\omega C \cdot R_2}{(1 + j\omega C \cdot R_2) \cdot (1 - j\omega C \cdot R_2)} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1 - j\omega C \cdot R_2}{1 + \omega^2 C^2 \cdot R_2^{\,2}}$$
$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \omega^2 \cdot C^2} \cdot (1 - j\omega C \cdot R_2)$$
$$\left|V_U(\omega)\right| = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \omega^2 C^2 \cdot R_2^{\,2}} \cdot \sqrt{1 + \omega^2 C^2 \cdot R_2^{\,2}} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\left(\sqrt{1 + \omega^2 C^2 \cdot R_2^{\,2}}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \omega^2 C^2 \cdot R_2^{\,2}}$$
$$= \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 \cdot R_2^{\,2}}} \qquad \left(\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow \frac{\omega}{2\pi} = f\right)$$
$$\left|V_U(f)\right| = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot C^2 \cdot R_2^{\,2}}}$$

Zahlenbeispiel:

$R_2 = 100k\Omega, C = 1\mu F, R_1 = 10k\Omega$

$0dB \to V_U = 1 \Rightarrow \frac{100k\Omega}{10k\Omega} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot 1\mu F^2 \cdot 100k\Omega^2}}$

$\Rightarrow f = 15,83Hz$

Alternativer Rechenweg → Rechnen mit Beträgen:

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_2} + j\omega C$$

$$\left|V_U(j\omega)\right| = \frac{\frac{1}{|Y_2|}}{Z_1} = \frac{\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R_2}\right)^2 + (\omega C)^2}}}{R_1} = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{R_2}\right) \cdot \sqrt{1 + (\omega C \cdot R_2)^2}}$$

$$= \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 \cdot R_2^2}}$$

Rechteckförmige Spannung am Integrator:

$I_C = I_R, U_D = 0V, U_C = -U_Q$

$I_R = \frac{U_I}{R} = I_C = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$

$\frac{U_I}{R} = -C \cdot \frac{dU_Q}{dt} \Leftrightarrow \frac{dU_Q}{dt} = -\frac{U_I}{R \cdot C}$

$\frac{dU_Q}{dt}$ ist die Änderung der Ausgangsspannung über der Zeit

Zahlenbeispiel:

$U_I = 5V$, *dann gilt* $\frac{dU_Q}{dt} = \frac{-5V}{C \cdot R}$ →negative konstante Änderung

$C = 1\mu F, R = 10k\Omega$

$\Rightarrow -\frac{5V}{10k\Omega \cdot 1\mu F} = -500$

- ➔ integriert über 1µs Laufzeit ergibt sich $\to U_Q = 500\mu V$