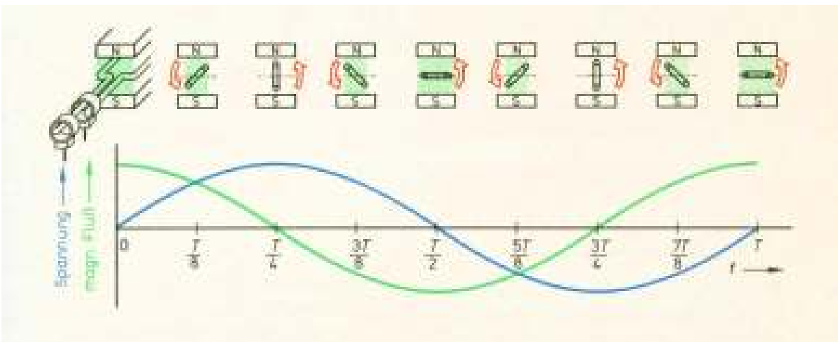
Elektrotechnik 2. Semester

Wechselstrom- und Drehstromsysteme

Wechselstromtechnik

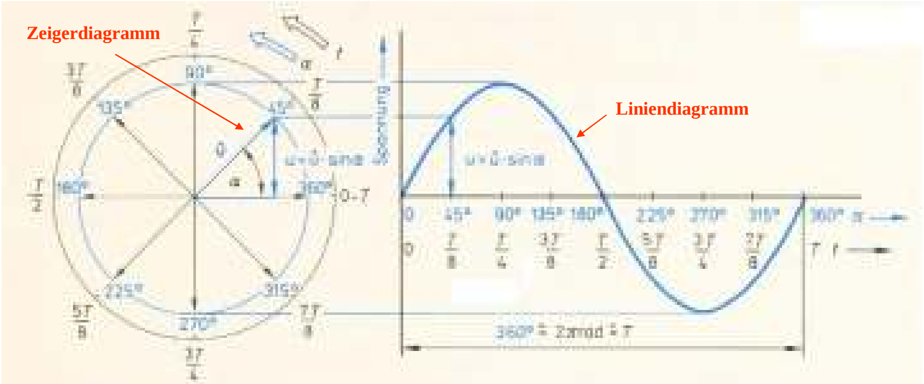
1) **Definition:**
   Wechselstrom ist jene Stromart, bei der die Stromstärke sich periodisch nach Größe und Richtung ändert.

2) **Erzeugung** von Spannungen mit sinusförmigem zeitlichen Verlauf (Prinzipdarstellung):

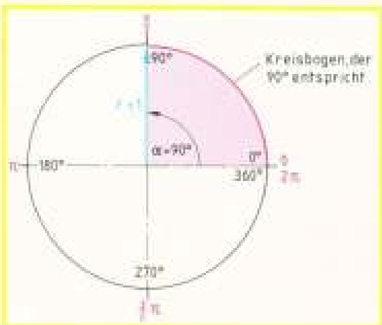


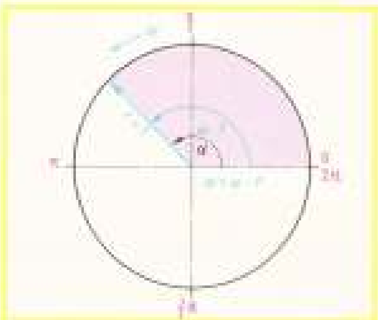
Eine Umdrehung der Leiterschleife entspricht einem Drehwinkel von 360°

3) Darstellung sinusförmiger Wechselgrößen als **Zeiger**- und **Liniendiagramm**:



- **Die Zeigerlänge entspricht dem Scheitelwert (Amplitude) û der Wechselspannung bzw. î des Wechselstromes.**
- **Die Drehzahl je Sekunde des umlaufenden Zeigers ist gleich der Frequenz des Wechselstromes bzw. der Wechselspannung.**
- **Die Drehrichtung des umlaufenden Zeigers ist entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn (Linksdrehung ist positive Richtung).**
- **Die Ausgangslinie eines Zeigers ist die Richtung der Zeitachse.**





Gradmaß $\alpha°$	Bogenmaß $\hat{\alpha}$
0°	0
90°	$\pi/2$
180°	π
270°	$3/2\,\pi$
360°	$2\,\pi$

Beim Bogenmaß wird der Winkel durch die zugehörige Kreisbogenlänge des Einheitskreises beschrieben.

Eine komplette Umdrehung des Zeigers

$$\frac{\alpha°}{\hat{\alpha}} = \frac{360°}{2\pi}$$

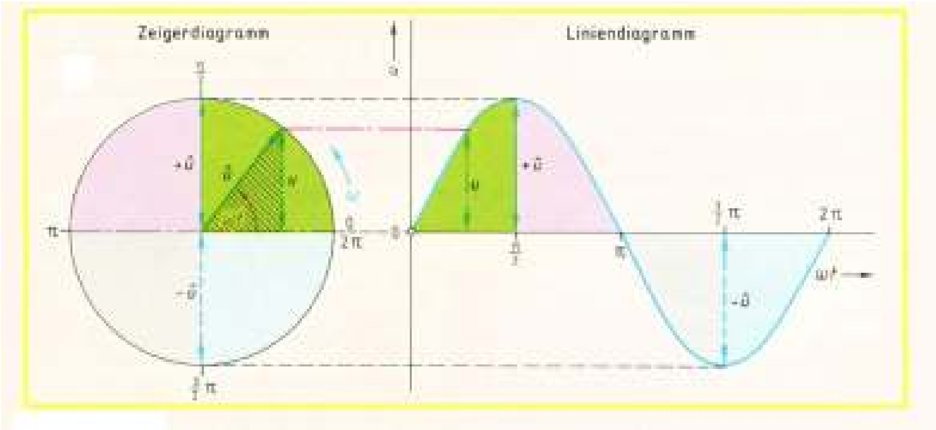
$$\hat{\alpha} = \frac{2\pi}{360°} \cdot \alpha°$$

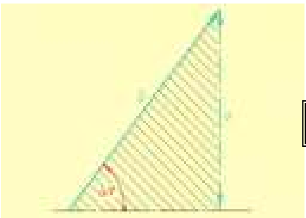
$$\alpha° = \frac{360°}{2\pi} \cdot \hat{\alpha}$$

Umrechnung Winkel- in Bogenmaß

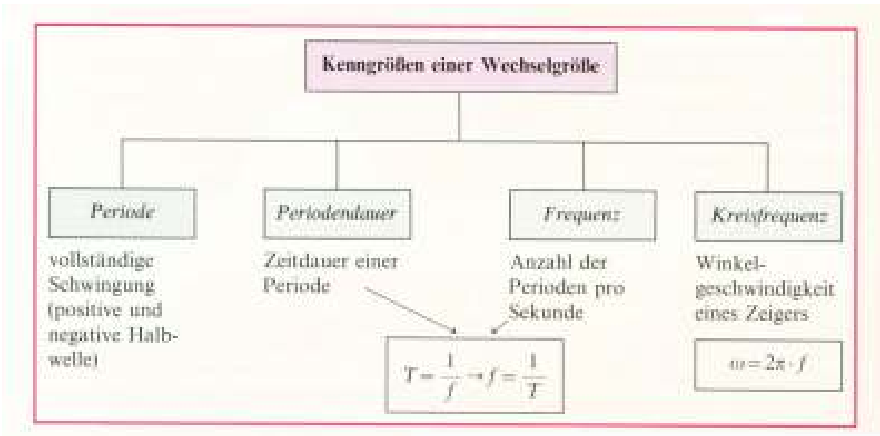
Winkelgeschwindigkeit ist die Winkeländerung pro Zeiteinheit.

$$\boxed{\alpha = \omega \cdot t}$$



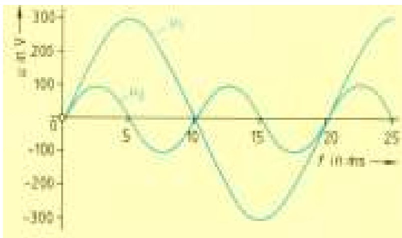


Funktionsgleichung (Momentanwert): u(f) = û · sin (ωt)



T	f
s	Hz
ms	kHz
µs	MHz

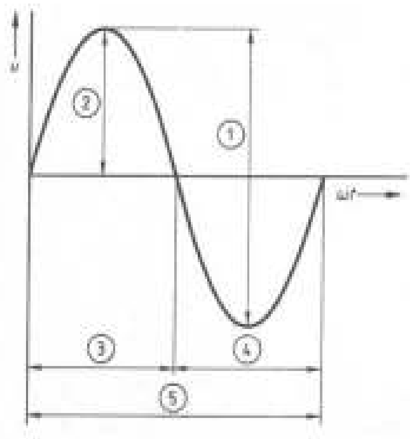
1.Aufgabe:



4) Kenngrößen:

Periode ⇒ vollständige Schwingung
Periodendauer ⇒ Zeitdauer einer Periode

Frequenz ⇒ Anzahl der Perioden pro Sekunde
Keisfrequenz ⇒ Winkelgeschwindigkeit des Zeigers



Legende:

(1) û = Spitze-Tal-Wert *¹

(2) û = Scheitelwert [Amplitude] *²

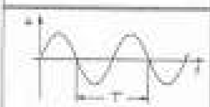
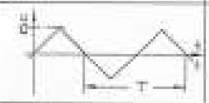
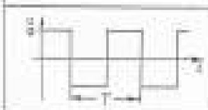
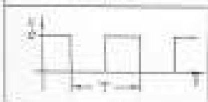
(3) 1 Halbperiode [T/2]

(4) 2 Halbperiode [T/2]

(5) T = Periodendauer

*¹ früher: Spitze-Spitze-Wert, u_{ss}

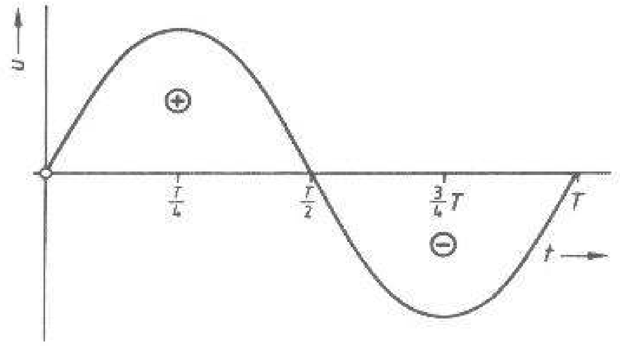
*² früher: Spitze-Wert, u_s

	Linearer Mittelwert $\bar{u} = \frac{1}{T}\int u \cdot dt$	Gleichrichtwert $\lvert\bar{u}\rvert = \frac{1}{T}\int \lvert u\rvert dt$	Effektivwert $U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int u^2 dt}$	Formfaktor $F = \frac{U_{eff}}{\lvert\bar{u}\rvert}$	Scheitelfaktor $\xi = \frac{\hat{u}}{U_{eff}}$
	$\bar{u} = 0$	$\lvert\bar{u}\rvert = \frac{2}{\pi}\hat{u} = 0{,}637 \cdot \hat{u}$	$U_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{u}$	$F = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1{,}11$	$\xi = \frac{\hat{u}}{U_{eff}} = \sqrt{2}$
	$\bar{u} = 0$	$\lvert\bar{u}\rvert = \frac{\hat{u}}{2}$	$U_{eff} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{3}}$	$F = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1{,}155$	$\xi = \sqrt{3}$
	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$	$\lvert\bar{u}\rvert = \frac{\hat{u}}{2}$	$U_{eff} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{3}}$	$F = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1{,}155$	$\xi = \sqrt{3}$
	$\bar{u} = 0$	$\lvert\bar{u}\rvert = \hat{u}$	$U_{eff} = \hat{u}$	$F = 1$	$\xi = 1$
	$\bar{u} = \frac{\hat{u}}{2}$	$\lvert\bar{u}\rvert = \frac{\hat{u}}{2}$	$U_{eff} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$	$F = \sqrt{2} = 1{,}414$	$\xi = \sqrt{2}$

Ksi

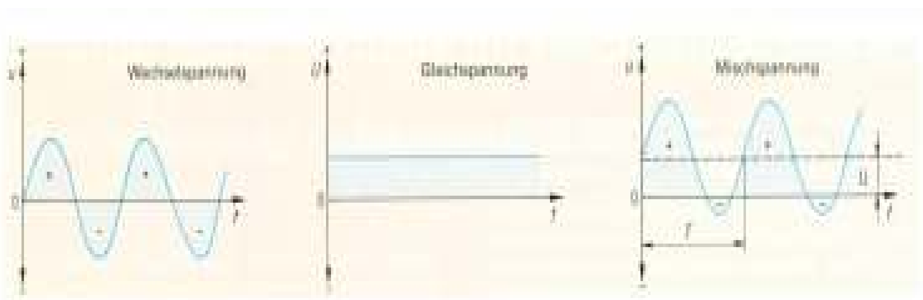
5) Mittelwerte von Wechselgrößen:

(1) Arithmetischer [linearerer] Mittelwert (Gleichwert):

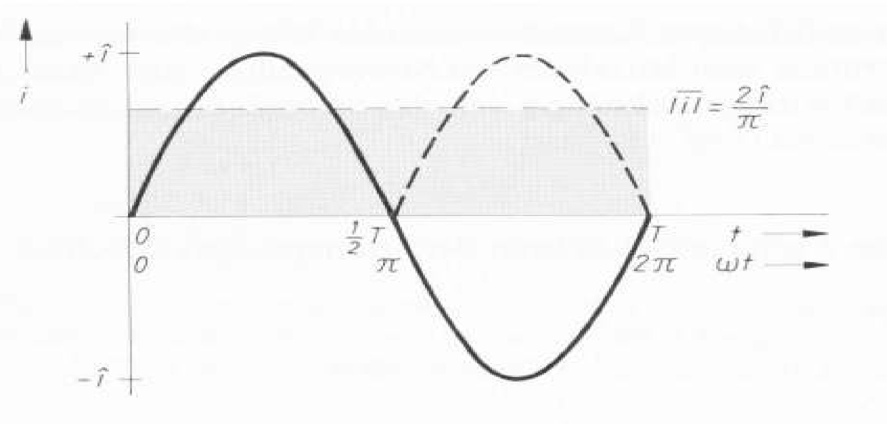


Nach DIN 40 110 liegt dann eine Wechselgröße vor, wenn der arithmetische Mittelwert der Größe gleich Null ist.

Der arithmetische Mittelwert liefert ein Kriterium für die Unterscheidung von Wechsel- und Mischgrößen

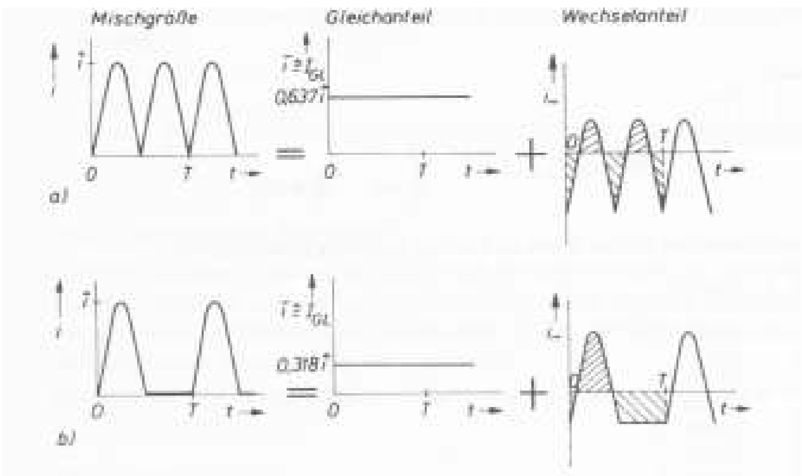


(2) **Gleichrichtwert:**



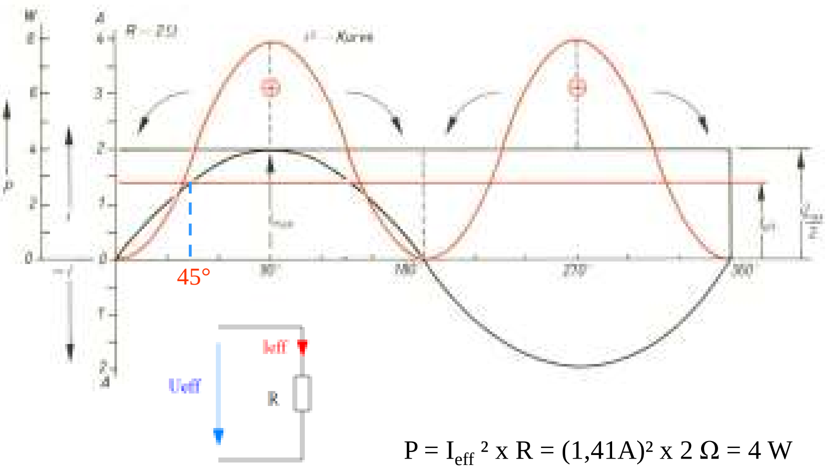
Der Gleichrichtwert Ist der arithmetische (lineare) Mittelwert der Beträge

Zerlegung einer Mischgröße:
a) Zweiweggleichrichtung
b) Einweggleichrichtung



(3) Effektivwert:

- **Der Effektivwert einer Wechselspannung (-strom) ist der Wert, der in einem ohmschen Widerstand die gleiche Leistung umsetzt, wie bei einer gleich großen Gleichspannung (-strom).**
- **Alle Angaben in der Energietechnik erfolgen in der Regel in Effektivwerten.**



$P = I_{eff}{}^2 \times R = (1{,}41A)^2 \times 2\ \Omega = 4\ W$

Auszug der Bedienungsanleitung vom Digitalmultimeter M 2032 der Firma ABB

Einflußgrößen und Einflußeffekte

Temperatur
im Bereich + 5 ... + 40 °C

bei V=	± (0,05 % v. M. + 1D)/10 K
bei V~	± (0,15 % v. M. + 2D)/10 K
bei A=	± (0,15 % v. M. + 1D)/10 K
bei A~	± (0,2 % v. M. + 2D)/10 K
bei Ω Lo	
2 kΩ ... 200 kΩ	± (0,1 % v. M. + 1D)/10 K
2 MΩ	± (0,75 % v. M. + 1D)/10 K
bei Ω Hi	
200 Ω ... 2 MΩ	± (0,1 % v. M. + 1D)/10 K
20 MΩ	± (0,75 % v. M. + 1D)/10 K

Frequenz der Meßgröße
bei V~ und A~
alle Bereiche ausgenommen 650 V~

15 Hz ... < 45 Hz	± (3 % v. M. + 3D)
> 65 Hz ... 400 Hz	± (0,3 % v. M. + 3D)
> 400 Hz ... 5 kHz	± (3 % v. M. + 3D)
Bereich 650 V~	
15 Hz ... < 45 Hz	± (3 % v. M. + 3D)
> 65 Hz ... 200 Hz	± (0,3 % v. M. + 3D)
> 200 Hz ... 1 kHz	± (3 % v. M. + 3D)

Kurvenform der Meßgröße
Crestfaktor CF

1 ... 3	± 1 %
> 3 ... 7	± 3 %

Der zulässige Crest-Faktor der zu messenden Wechselgröße ist abhängig vom angezeigten Wert und entspricht den Kurven in Bild 3 und Bild 4

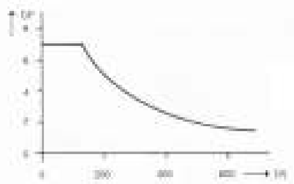


Bild 3 Zulässiger Crest-Faktor (CF) der zu messenden Wechselspannung in Abhängigkeit vom angezeigten Wert in V

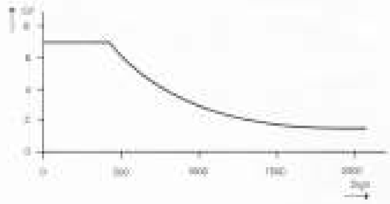


Bild 4 Zulässiger Crest-Faktor (CF) der zu messenden Wechselströme in Abhängigkeit vom angezeigten Wert in Digit

Lösen der Aufgabe 2: Wechselstromsysteme (1)

Aufgabe 2

Lösung:

Geg: $\hat{u} = 311\ \mathrm{V}$; siehe Abb.
Ges: $T; f; \overline{|u|}; U; \xi, \sigma$

Die Periodendauer kann dem Liniendiagramm direkt entnommen werden.

a) $\underline{T = 20\ \mathrm{ms}}$

Zur Berechnung der Frequenz gilt

b) $f = \frac{1}{T}$

$f = \frac{1}{20\ \mathrm{ms}} = \frac{1}{0{,}02\ \mathrm{s}} = \underline{50\ \mathrm{Hz}}$

Ermittlung des Gleichrichtwertes

c) $\overline{|u|} = 0{,}637 \cdot \hat{u}$

$\overline{|u|} = 0{,}637 \cdot 311\ \mathrm{V} = \underline{198\ \mathrm{V}}$

Der Effektivwert errechnet sich aus

d) $U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$

$\underline{U} = \frac{311\ \mathrm{V}}{\sqrt{2}} = \underline{220\ \mathrm{V}}$

Berechnung des Formfaktors

$= \frac{U}{\overline{|u|}}$

$= \frac{220\ \mathrm{V}}{198\ \mathrm{V}} = \underline{1{,}11}$

Bestimmung des Scheitelfaktors

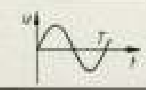
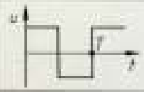
$= \frac{\hat{u}}{U}$

$= \frac{311\ \mathrm{V}}{220\ \mathrm{V}} = \underline{1{,}414}$

Messen von Wechselstromgrößen

Drehspulmeßwerke zeigen einen Ausschlag der proportional dem **arithmetischen Mittelwert** $\bar{u}$ bzw. $\bar{i}$ ist.
Drehspulmeßwerke mit Gleichrichter haben einen Ausschlag, der proportional dem **Gleichrichtwert** $\overline{|u|}$ bzw. $\overline{|i|}$ ist.
Dreheisenmeßwerke zeigen einen Ausschlag der proportional dem **Effektivwert** (quadr. Mittelwert) U_{eff} bzw. I_{eff} ist.

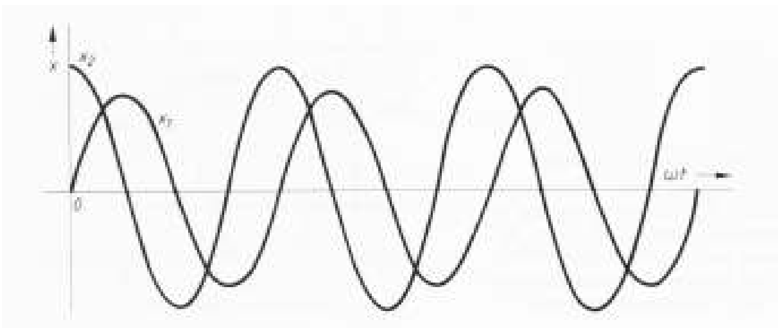
Formfaktor $F_a = \frac{U_{eff}}{\overline{|u|}}$ bzw. $\frac{I_{eff}}{\overline{|i|}}$, Scheitelfaktor (Crestfaktor) $\xi = \frac{\hat{u}}{U_{eff}}$ bzw. $\frac{\hat{i}}{I_{eff}}$

				
arithmetischer Mittelwert $\bar{u}$	0	0,318 $\hat{u}$	0	0
Gleichrichtwert $\overline{\lvert u \rvert}$	0,637 $\hat{u}$	0,318 $\hat{u}$	1,0 $\hat{u}$	0,5 $\hat{u}$
Effektivwert $U_{eff} = U$	0,707 $\hat{u}$	0,5 $\hat{u}$	1,0 $\hat{u}$	0,577 $\hat{u}$
Formfaktor F_a	1,11	1,57	1,0	1,15
Scheitelfaktor ξ	1,41	2,0	1,0	1,73

Hinweis: True RMS Multimeter messen den Echteffektivwert

Zur Messung von abweichenden Wellenformen, insbesondere Rauschen, dürfen nur Messgeräte mit exakter Bestimmung des Effektivwerts eingesetzt werden. Diese sind oft mit ‚echter Effektivwert' oder TRMS (True Root Mean Square) gekennzeichnet

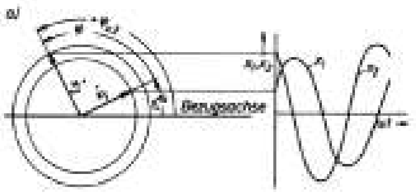
6) Nullphasen- und Phasenverschiebungswinkel:

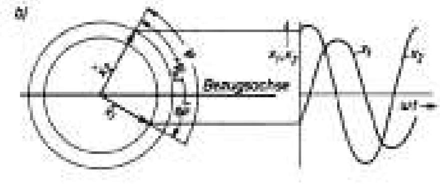


Beide sinusförmige Wechselgrößen **gleicher Frequenz** laufen zwar gleichzeitig ab, weisen jedoch verschiedene augenblickliche Schwingungszustände auf.

Die Schwingungen haben eine **unterschiedliche Phasenlage** (sie sind **phasenverschoben**).

Nullphasenwinkel ist der Winkel, den die Zeiger gegenüber der Bezugsachse bilden. Er ist bezugspunktabhängig.





a) positiver Nullphasenwinkel der Schwingung x1
Momentanwertgleichung: $u = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi x)$

b) negativer Nullphasenwinkel der Schwingung x1
Momentanwertgleichung: $u = \hat{u} \sin(\omega t - \varphi x)$

Phasenverschiebungswinkel zwischen zwei Wechselgrößen errechnet sich aus der Differenz der Nullphasenwinkel.

$$\boxed{\varphi = \varphi_{x2} - \varphi_{x1}}$$

Ergebnis : Die Schwingung X_2 eilt X_1 um den Phasenverschiebungswinkel φ voraus.

Sonderfälle: $\varphi = 0° \rightarrow$ Gleichphasigkeit
$\varphi = 180° \rightarrow$ Gegenphasigkeit.

<u>Aufgabe3:</u>

Eine sinusförmige Wechselspannung $\hat{u}$ = 30 V und f = 50 Hz hat zum Bezugspunkt t_o einen Nullphasenwinkel = +20°.
Berechnen Sie den Augenblickswert der Spannung zum Zeitpunkt t_1 = 2 ms und zeichnen Sie das Zeigerdiagramm.

Lösung: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 50\ s^{-1} = 314\ s^{-1}$

$\omega t = 314\ s^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 0{,}2 \cdot \pi \mathrel{\hat{=}} 36^{o}$

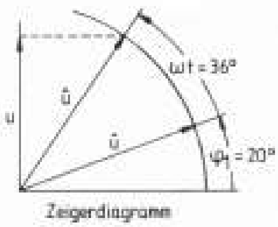
$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$

$u = 30\ V \cdot \sin(36^{o} + 20^{o})$

$u = 30\ V \cdot \sin 56^{o}$

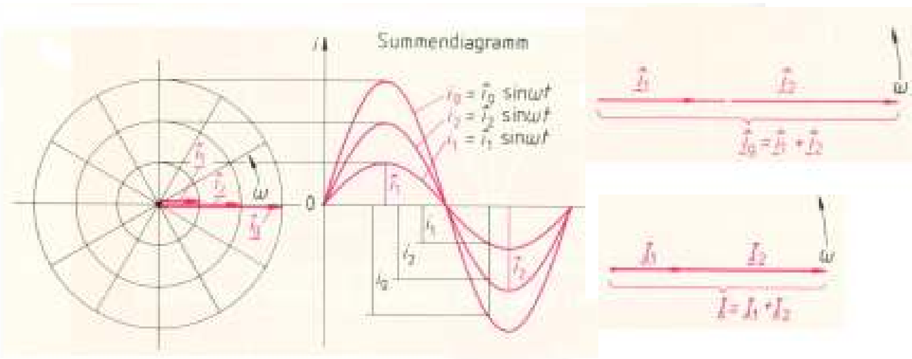
$u = 30\ V \cdot 0{,}829$

$\underline{u = 24{,}87\ V}$



7) Addition von Wechselgrößen:

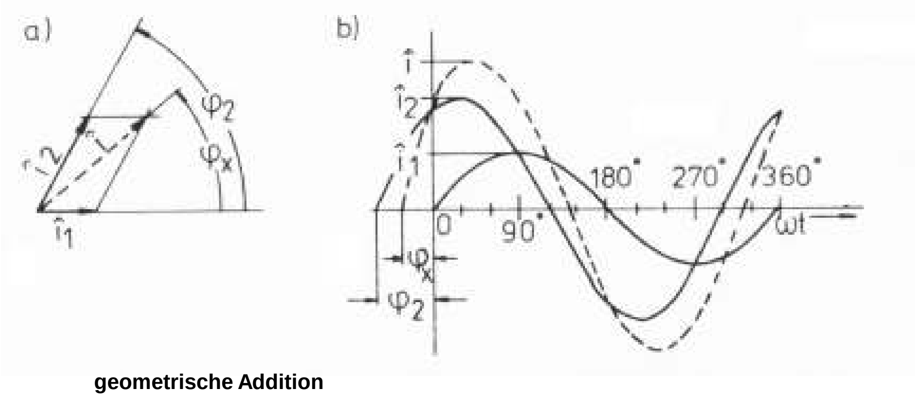
Zwei sinusförmige Ströme **gleicher** Frequenz und **gleicher** Phasenlage sollen addiert werden:



<u>Liniendiagramm:</u> Addition der Augenblickswerte

<u>Zeigerdiagramm:</u> Addition der Scheitelwerte (oder der Effektivwerte)

Zwei sinusförmige Ströme gleicher Frequenz und unterschiedlicher Phasenlage sollen addiert werden:



geometrische Addition

$i_1 = \hat{i}_1 \cdot \sin(\omega t + 0°)$

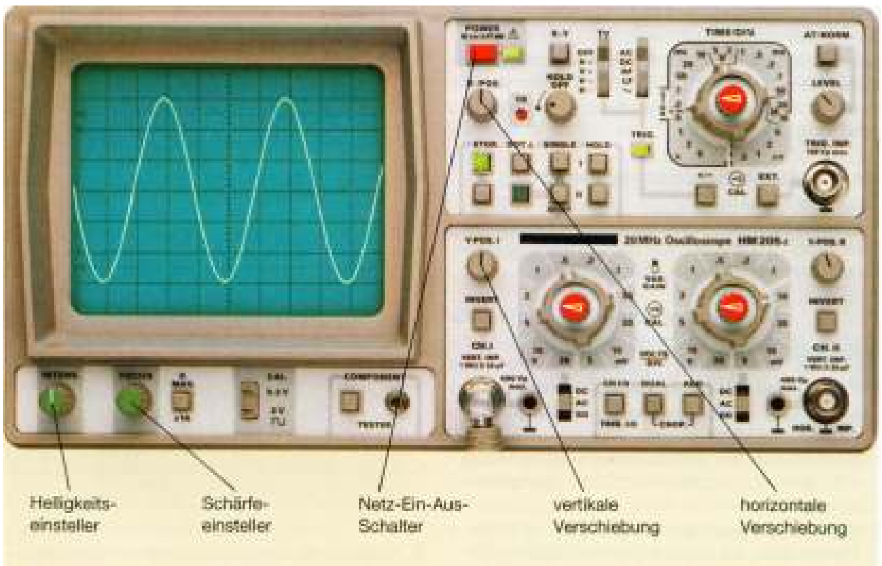
$i_2 = \hat{i}_2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$

$ig = \hat{i}g \cdot \sin(\omega t + \varphi x)$

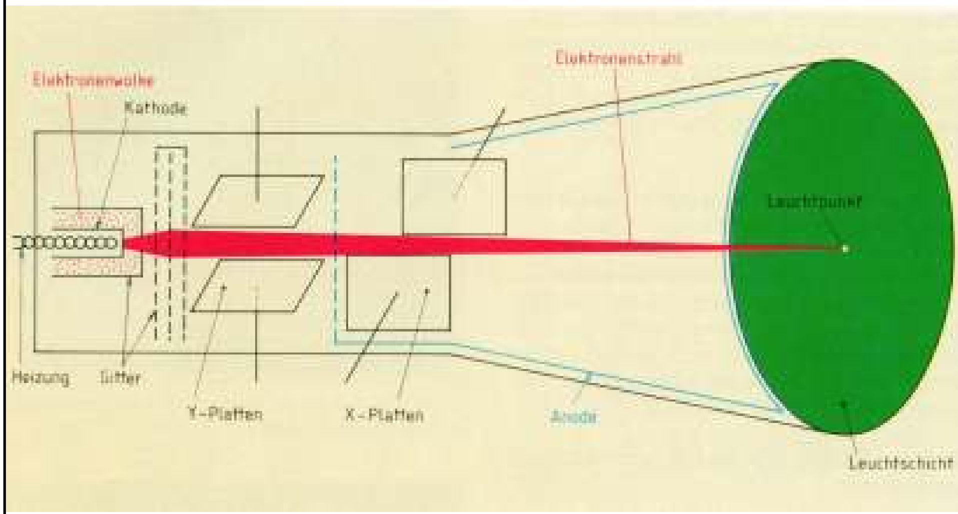
Mit Hilfe des Additionstheorems:

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \times \cos\beta \pm \cos\alpha \times \sin\beta$

8) Messen von elektrischen Wechselgrößen:



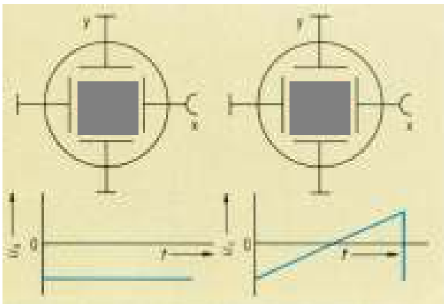
Funktionsprinzip Messoszilloskop



Position des Elektronenstrahles

Bei negativer Polarität der Spannung am X-Eingang

(ohne Spannung an Y-Eingang)

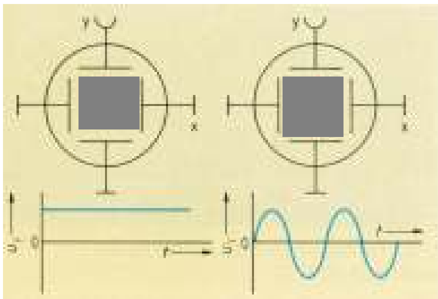


Bei wechselnder Polarität der Spannung am X-Eingang

(ohne Spannung an Y-Eingang)

Bei positiver Polarität der Spannung am Y-Eingang

(ohne Spannung an X-Eingang)

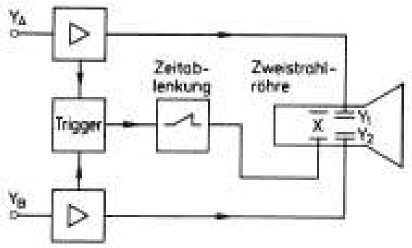


Bei wechselnder Polarität der Spannung am Y-Eingang

(ohne Spannung an X-Eingang)

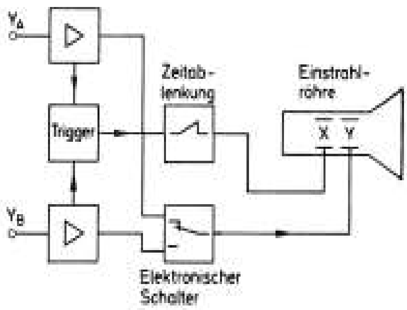
Blockschaltbilder: Messoszilloskope

Zweistrahl-Messoszilloskop:



In vielen Fällen ist es erforderlich, zwei Kurven auf dem Schirm abzubilden. Beim Zweistrahl-Oszilloskop werden zwei getrennte Elektronenstrahlen erzeugt.
Die Ablenksysteme werden durch zwei getrennte Messverstärker für die Y-Ablenkung und im allgemeinen durch einen gemeinsamem Zeitablenkverstärker angesteuert.

Zweikanal-Messoszilloskop:



Beim Zweikanal-Oszilloskop handelt es sich im Prinzip um ein Einstrahl-Oszilloskop, das mit zwei gleichen Vorverstärkern und einem elektronischen Schalter ausgerüstet ist.
Die Eingangsspannungen werden nach erfolgter Verstärkung mit Hilfe eines elektronischen Schalters über einen gemeinsamen Endverstärker an die Y-Ablenkplatten gegeben.

Messen mit dem Oszilloskop

1.Spannungsmessung

Oszilloskope sind reine Spannungsmessgeräte, daher müssen alle darzustellenden Messgrößen zunächst in analoge Spannungen umgeformt werden.

Messschaltung:

Zur Messung der Spannung wird ein Pol der Spannungsquelle auf einen Vertikaleingang und der andere Pol auf Masse gelegt.

2.Frequenzmessung

Messschaltung wie oben

Zur Messung der Frequenz einer periodischen Wechselgröße (Spannung oder Strom) kann die kalibrierte Zeitablenkung des Oszilloskop benutzt werden.
Bei der Messspannung ergibt der Abstand zwischen zwei Nulldurchgängen die gemessene Periodendauer,
die wiederum in die Frequenz umgerechnet werden kann: $f = 1/T$.

3. Strommessung

Da ein Oszilloskop Ströme nicht direkt messen kann, muss der Messstrom zunächst in eine analoge Spannung umgeformt werden. Dies erfolgt mit Hilfe eines ohmschen Normalwiderstandes R_N.

Messschaltung:

Um die Messschaltung nicht zu beeinflussen, muss dieser Widerstand klein im Vergleich zu den anderen Widerständen des Stromkreises sein.

Die Leistung des Widerstandes R_N muss zu den zu erwartenden Messstrom angepasst sein!

Der Strom kann dann mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes bestimmt werden.

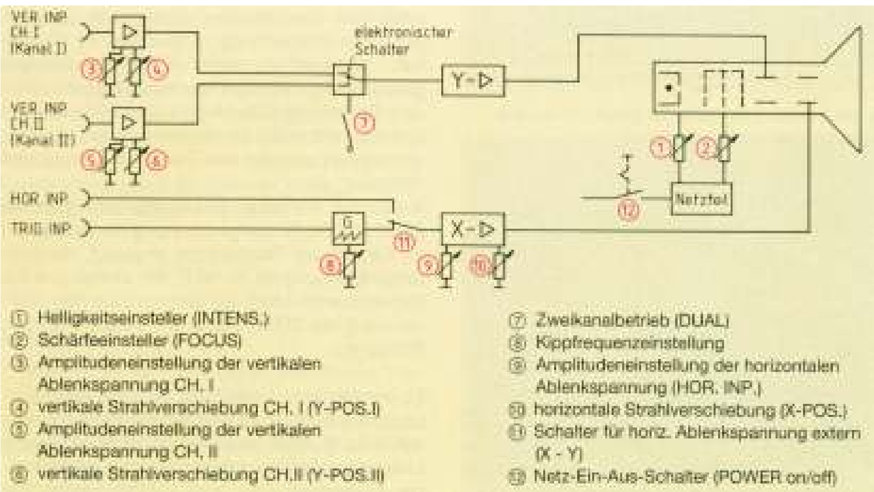
4.Phasenmessung

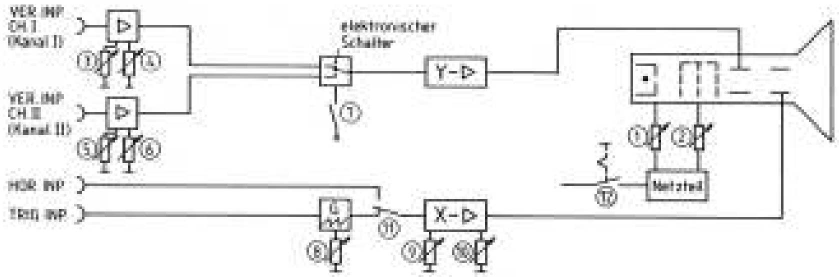
Die Phasenverschiebung zwischen zwei Spannungen gleicher Frequenz kann mit einem Zweikanaloszilloskop bestimmt werden. Dazu wird die erste Spannung auf den ersten, die zweite Spannung auf den zweiten Y-Eingang gelegt. Aus dem horizontalen Abstand zwischen den beiden Linienbildern kann die Phasenverschiebung abgelesen werden.

Messschaltung:

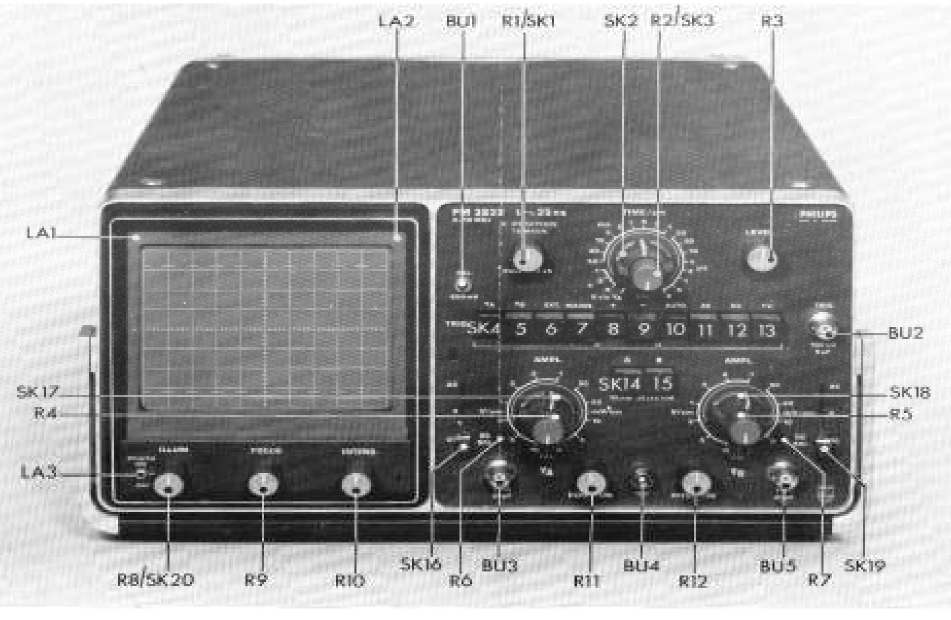
Das Beispiel zeigt die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom bei einem Kondensator.

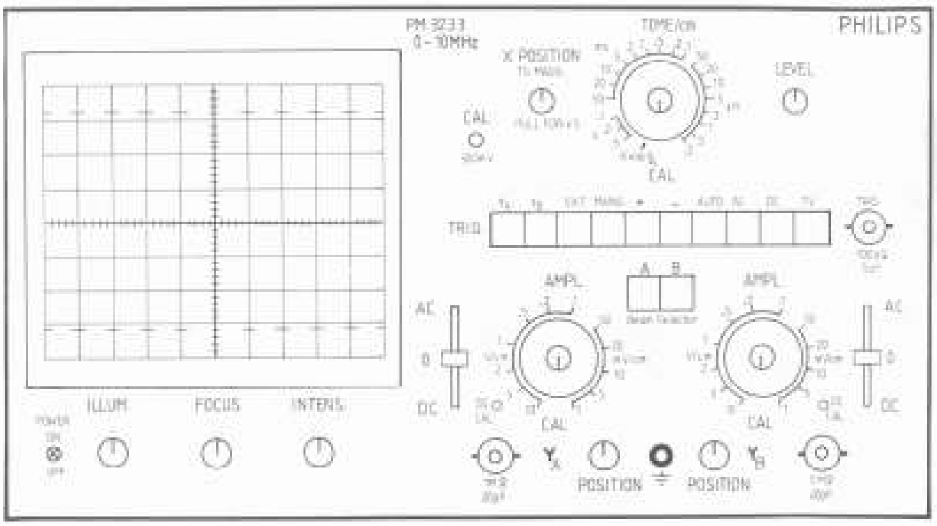
Vereinfachter Übersichtsplan eines Zweikanaloszilloskops



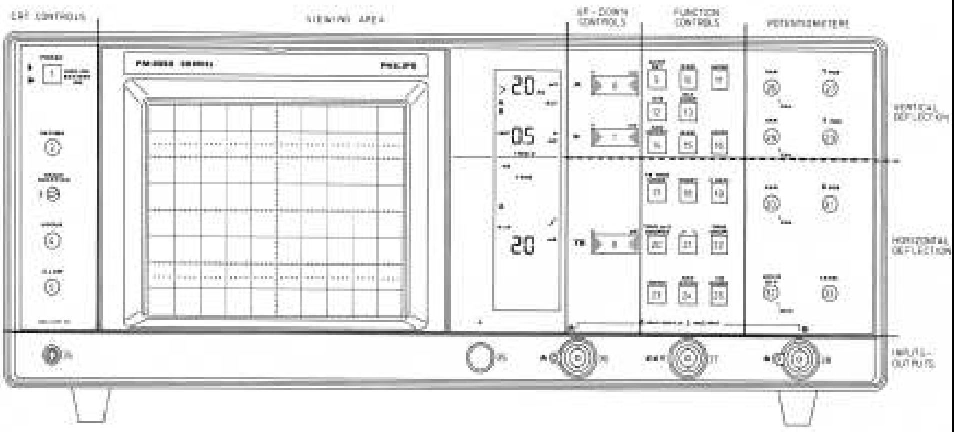


① Helligkeitseinsteller (INTENS.)
② Schärfeeinsteller (FOCUS)
③ Amplitudeneinstellung der vertikalen Ablenkspannung CH. I
④ vertikale Strahlverschiebung CH. I (Y-POS.I)
⑤ Amplitudeneinstellung der vertikalen Ablenkspannung CH. II
⑥ vertikale Strahlverschiebung CH.II (Y-POS.II)
⑦ Zweikanalbetrieb (DUAL)
⑧ Kippfrequenzeinstellung
⑨ Amplitudeneinstellung der horizontalen Ablenkspannung (HOR. INP.)
⑩ horizontale Strahlverschiebung (X-POS.)
⑪ Schalter für horiz. Ablenkspannung extern (X - Y)
⑫ Netz-Ein-Aus-Schalter (POWER on/off)

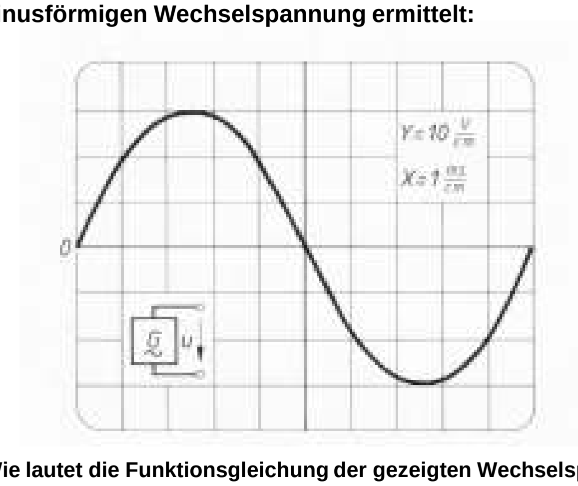



PM 3233
0 - 10MHz
PHILIPS
TIME/DIV
X POSITION
LEVEL
CAL
TRIG
AMPL
AMPL
AC
DC
AC
DC
CAL
CAL
ILLUM
FOCUS
INTENS
POSITION
POSITION


PM 3050 50MHz
PHILIPS
34
35
36
37
38
MAT 2246



Bsp.: Mittels eines Messoszilloskops wurde das folgende Liniendiagramm einer sinusförmigen Wechselspannung ermittelt:



a) Wie lautet die Funktionsgleichung der gezeigten Wechselspannung?
b) Wie groß ist der Momentanwert der Wechselspannung zum Zeitpunkt t_1 = 1 ms?

Oszillogramm einer sinusförmigen Wechselspannung:

Amplitude $\hat{u} = 3\text{ cm} \cdot 10 \frac{\text{V}}{\text{cm}} = 30\text{ V}$

Periodendauer $T = 10\text{ cm} \cdot 1 \frac{\text{ms}}{\text{cm}} = 10\text{ ms}$

Lösung:

zu a)

Amplitude $\hat{u}$ aus Liniendiagramm:

$$\hat{u} = 30\text{ V}$$

Zeitgesetz $f(t)$ aus Liniendiagramm:

$$f(t) = \sin(\omega t)$$

Funktionsgleichung:

$$u(t) = \hat{u} \sin(\omega t)$$
$$u(t) = 30\text{ V} \sin(\omega t)$$

zu b)

Rechengröße ω aus Liniendiagramm:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10\text{ ms}}$$

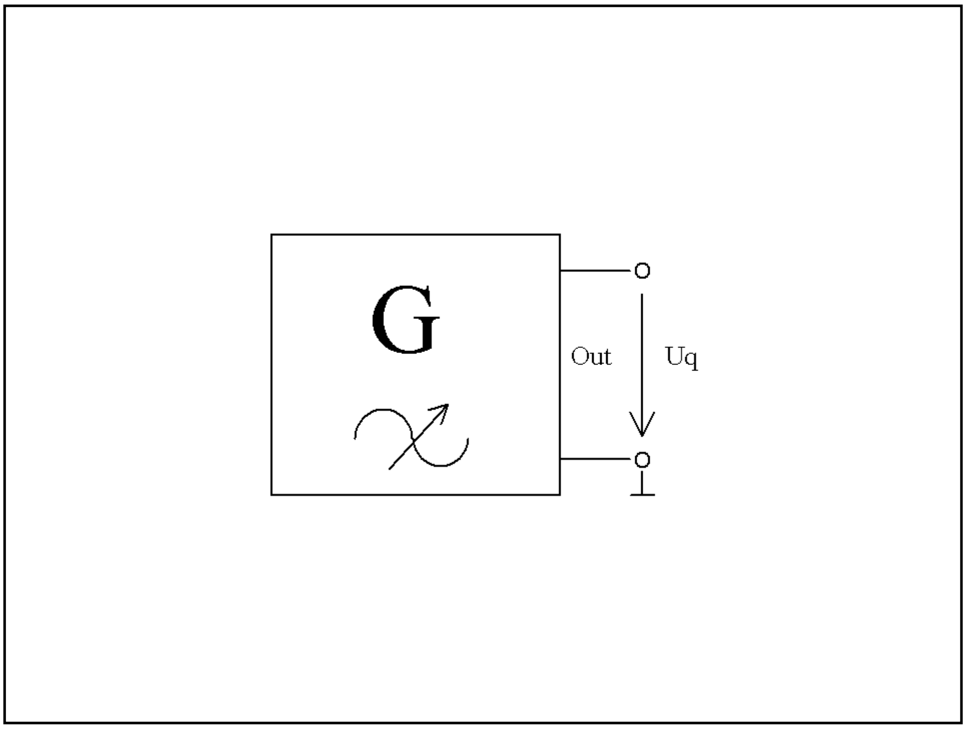
Momentanwert $u(t_1)$, d.h. Spannung u zum Zeitpunkt t_1:

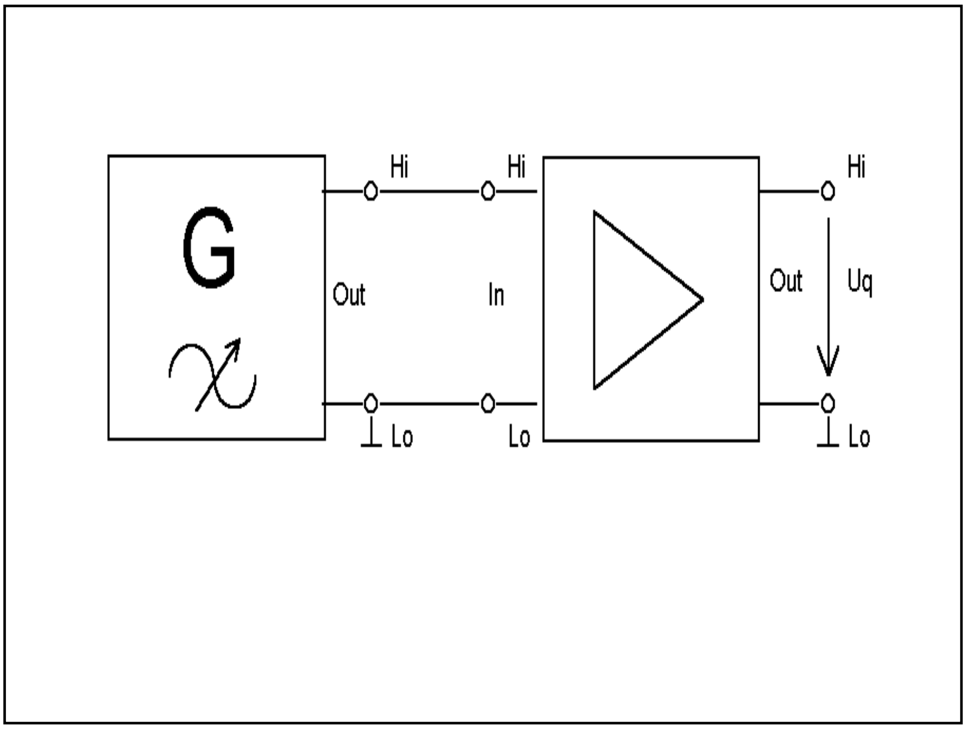
$$u(t_1) = 30\text{ V} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{10\text{ ms}} \cdot 1\text{ ms}\right)$$

$$u(t_1) = 30\text{ V} \cdot \sin(0{,}2\pi) = 17{,}63\text{ V}$$

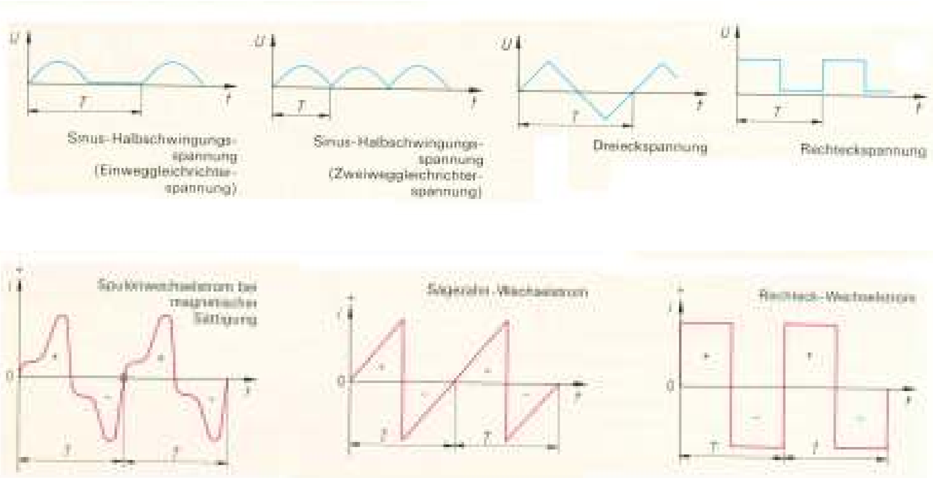

FREQUENCY
DC OFFSET
TOE 7402
FUNCTION GENERATOR 0.5Hz - 5MHz
TOELLNER

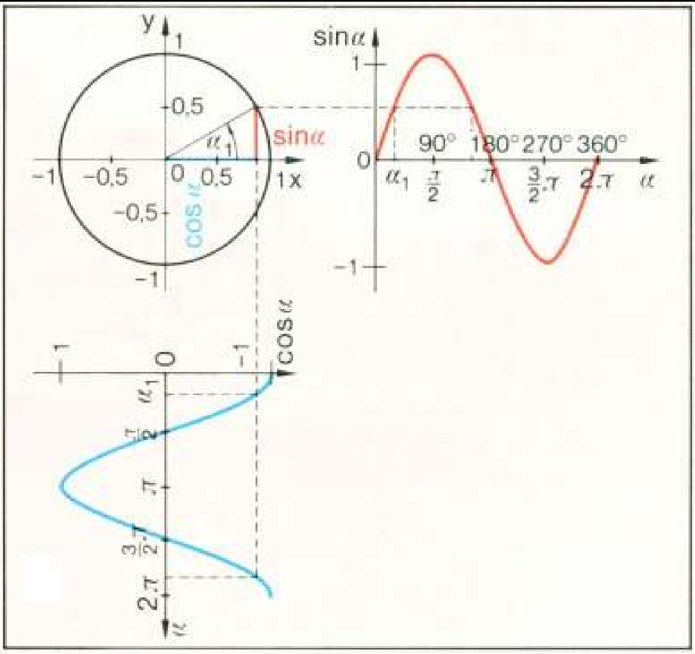

VOLTS DC
VOLTS RMS
AMPERES DC
AMPERES RMS
6826A BIPOLAR POWER SUPPLY / AMPLIFIER
HEWLETT · PACKARD
CALIBRATED
RANGE
MODE
VOLTAGE
METER
CURRENT
ZERO ADJ.


G
Out
Uq


G
Hi
Hi
Hi
Out
In
Out
Uq
Lo
Lo
Lo

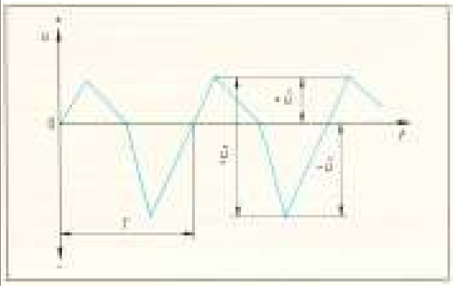
Nichtsinusförmige Wechselgrößen





Sinus- und Cosinuskurve

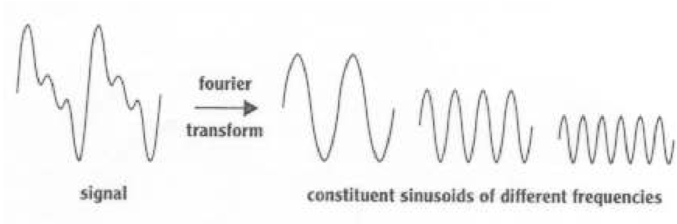
Kennwerte nichtsinusförmiger Wechselgrößen



Kennwerte einer nichtsinusförmigen Spannung

Augenblickswert	u	i
positiver Großtwert (Höchstwert)	$\hat{u}$	$\hat{i}$
negativer Großtwert (Höchstwert)	$\check{u}$	$\check{i}$
Schwingungsbreite (Spitze-Spitze-Wert)	$\hat{\check{u}}$	$\hat{\check{i}}$
Periodendauer	T	
Grundfrequenz oder 1. Harmonische	$f_1 = \frac{1}{T}$	

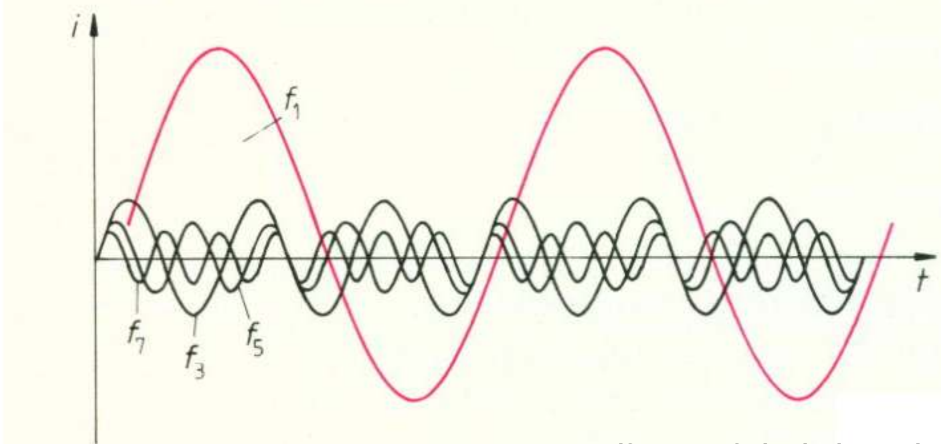
Fourieranalyse:



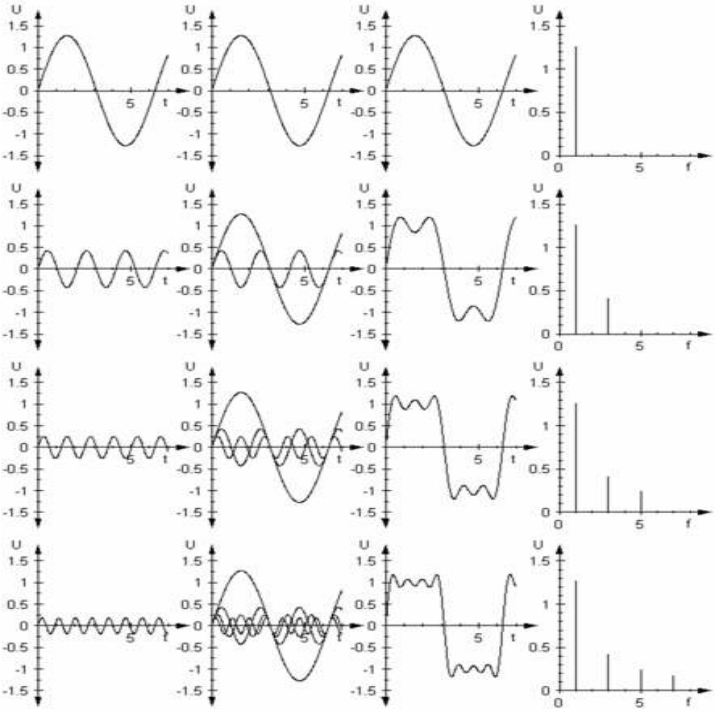
Darstellung aller (periodischer) Funktionen durch Überlagerung von Sinus- und Cosinusschwingungen und einem Gleichwertanteil.

Fourieranalyse:

Darstellung aller periodischer Funktionen durch Überlagerung von Sinus- und Cosinusschwingungen und einem Gleichwertanteil.

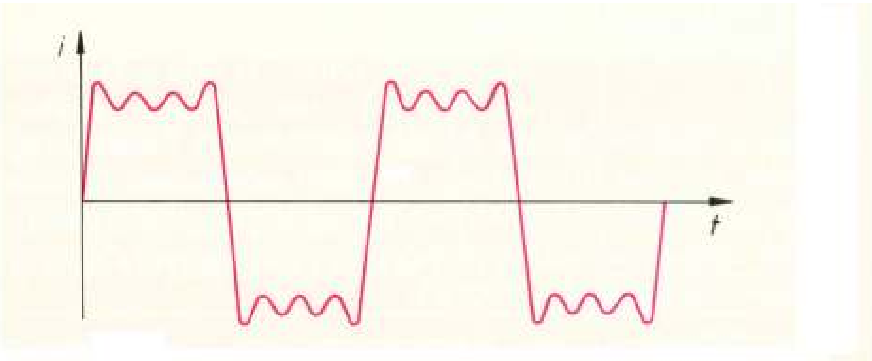


Die Frequenzen sind dabei ganz zahlige Vielfache der Grundfrequenz f_1 (-schwingung).
Die Oberschwingungen (Harmonische) können die Frequenzen haben:
$f_2 = 2 \times f_1$; $f_3 = 3 \times f_1$; $f_4 = 4 \times f_1$ ....

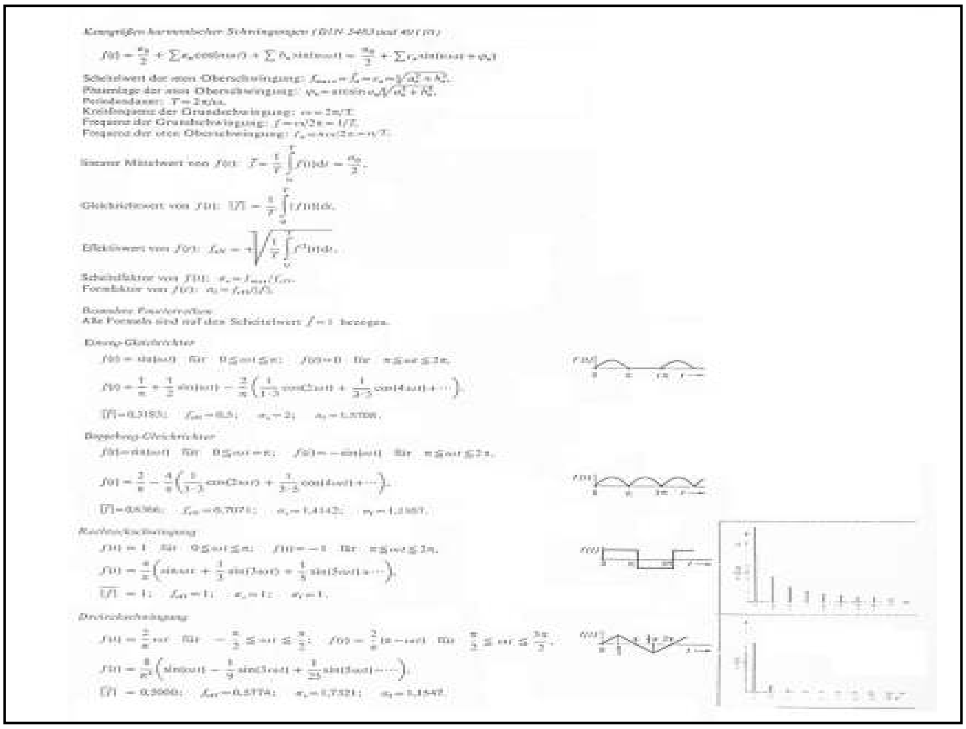


Im Bild ist die Fouriersynthese eines **Rechtecksignals** dargestellt. Die Diagramme der ersten Spalte zeigen diejenige Schwingung, die in der jeweiligen Zeile hinzugefügt wird. Die Diagramme in der zweiten Spalte zeigen alle bisher berücksichtigten Schwingungen, die dann in den Diagrammen der dritten Spalte addiert werden, um dem zu erzeugenden Signal möglichst nahe zu kommen. Die Schwingung aus der ersten Zeile nennt sich Grundschwingung, alle weiteren, die hinzugefügt werden, sind so genannte Oberschwingungen (Harmonische).
Je mehr solcher Vielfache der Grundfrequenz berücksichtigt werden, umso näher kommt man einem idealen Rechtecksignal.

Aus der Form einer nichtsinusförmigen Wechselgröße kann man entscheiden, ob bei der Überlagerung nur ungerad zahlige Vielfache oder auch gerad zahlige oder ob ein Gleichwertanteil das Bild bestimmen:



Rechteck-Wechselstrom aus Harmonischen f_1, f_3, f_5 und f_7



Kenngrößen harmonischer Schwingungen (DIN 5483 und 40110)

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum a_n \cos(n\omega t) + \sum b_n \sin(n\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum c_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

Scheitelwert der nten Oberschwingung: $f_{max,n} = \hat{f}_n = c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$.
Phasenlage der nten Oberschwingung: $\varphi_n = \arcsin a_n/\sqrt{a_n^2 + b_n^2}$.
Periodendauer: $T = 2\pi/\omega$.
Kreisfrequenz der Grundschwingung: $\omega = 2\pi/T$.
Frequenz der Grundschwingung: $f = \omega/2\pi = 1/T$.
Frequenz der nten Oberschwingung: $f_n = n\omega/2\pi = n/T$.

linearer Mittelwert von $f(t)$: $\bar{f} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt = \frac{a_0}{2}$.

Gleichrichtwert von $f(t)$: $\overline{|f|} = \frac{1}{T}\int_0^T |f(t)|\,dt$.

Effektivwert von $f(t)$: $f_{eff} = +\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt}$.

Scheitelfaktor von $f(t)$: $\sigma_s = f_{max}/f_{eff}$.
Formfaktor von $f(t)$: $\sigma_f = f_{eff}/\overline{|f|}$.

Besondere Fourierreihen
Alle Formeln sind auf den Scheitelwert $\hat{f} = 1$ bezogen.

Einweg-Gleichrichter

$f(t) = \sin(\omega t)$ für $0 \leq \omega t \leq \pi$; $f(t) = 0$ für $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$.

$$f(t) = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\sin(\omega t) - \frac{2}{\pi}\left(\frac{1}{1\cdot 3}\cos(2\omega t) + \frac{1}{3\cdot 5}\cos(4\omega t) + \cdots\right).$$

$\overline{|f|} = 0{,}3183$; $f_{eff} = 0{,}5$; $\sigma_s = 2$; $\sigma_f = 1{,}5708$.

Doppelweg-Gleichrichter

$f(t) = \sin(\omega t)$ für $0 \leq \omega t \leq \pi$; $f(t) = -\sin(\omega t)$ für $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$.

$$f(t) = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{1\cdot 3}\cos(2\omega t) + \frac{1}{3\cdot 5}\cos(4\omega t) + \cdots\right).$$

$\overline{|f|} = 0{,}6366$; $f_{eff} = 0{,}7071$; $\sigma_s = 1{,}4142$; $\sigma_f = 1{,}1107$.

Rechteckschwingung

$f(t) = 1$ für $0 \leq \omega t \leq \pi$; $f(t) = -1$ für $\pi \leq \omega t \leq 2\pi$.

$$f(t) = \frac{4}{\pi}\left(\sin \omega t + \frac{1}{3}\sin(3\omega t) + \frac{1}{5}\sin(5\omega t) + \cdots\right).$$

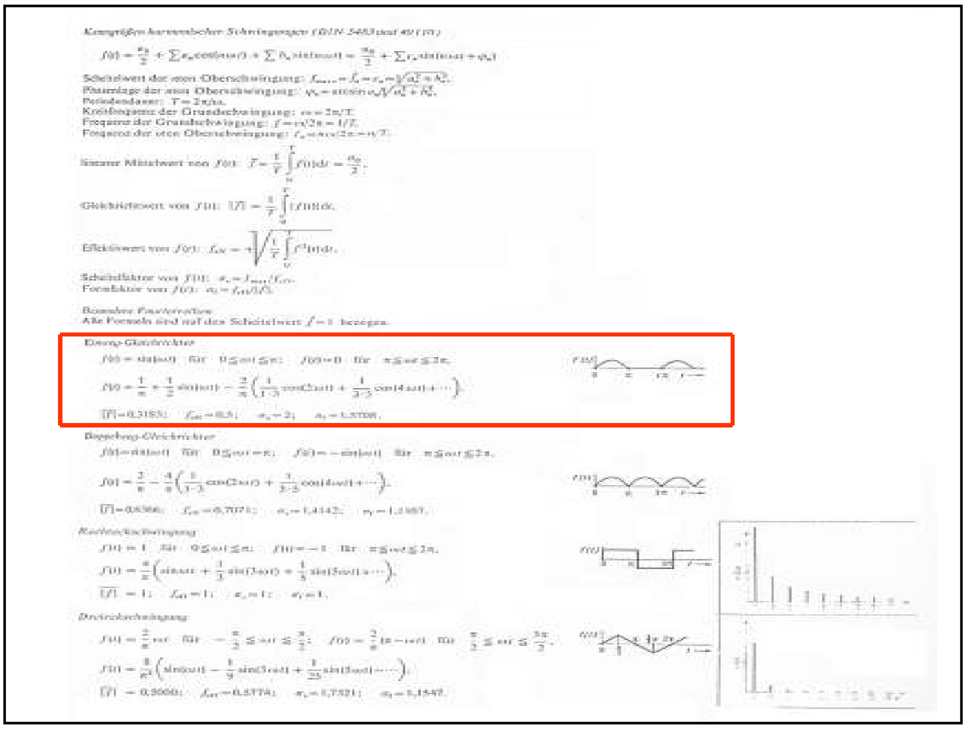
$\overline{|f|} = 1$; $f_{eff} = 1$; $\sigma_s = 1$; $\sigma_f = 1$.

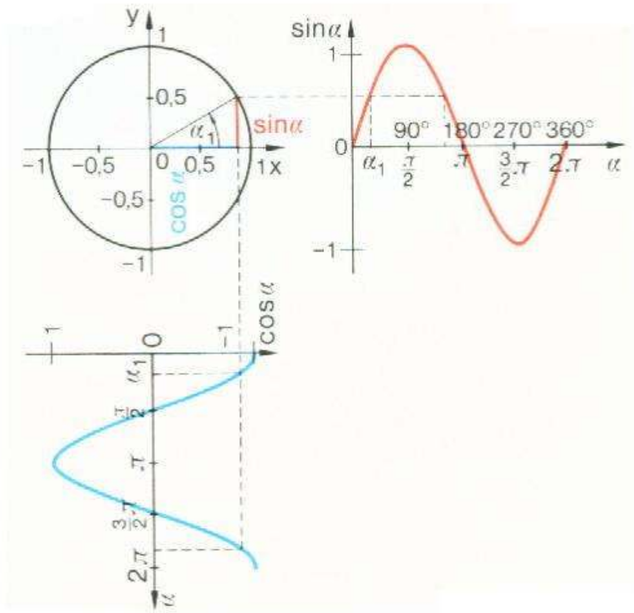
Dreieckschwingung

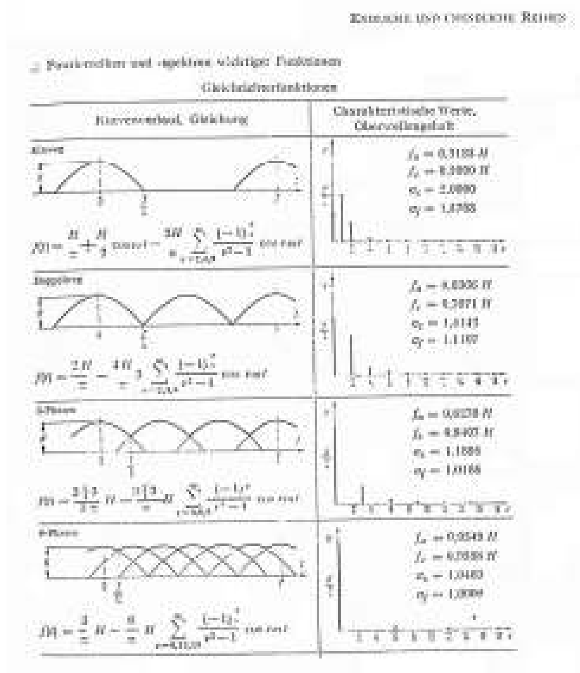
$f(t) = \frac{2}{\pi}\omega t$ für $-\frac{\pi}{2} \leq \omega t \leq \frac{\pi}{2}$; $f(t) = \frac{2}{\pi}(\pi - \omega t)$ für $\frac{\pi}{2} \leq \omega t \leq \frac{3\pi}{2}$.

$$f(t) = \frac{8}{\pi^2}\left(\sin(\omega t) - \frac{1}{9}\sin(3\omega t) + \frac{1}{25}\sin(5\omega t) - \cdots\right).$$

$\overline{|f|} = 0{,}5000$; $f_{eff} = 0{,}5774$; $\sigma_s = 1{,}7321$; $\sigma_f = 1{,}1547$.




y
1
0,5
sinα
α1
−1
−0,5
0
0,5
1 x
−0,5
cos α
−1
sinα
1
0
90°
180°
270°
360°
α1
π/2
π
3/2 π
2 π
α
−1
cos α
−1
0
1
α1
π/2
π
3/2 π
2 π
α



Frequenzkompensierter Spannungsteiler (Tastkopf)

Der Eingangswiderstand heutiger Oszilloskope liegt häufig bei 1MΩ. Die parallel liegende Eingangskapazität ist etwa 25-30 pF groß. Dieses bedeutet aber, dass das Eingangssignal hoher Frequenzen beeinflusst wird. Besonders störend ist dieses bei Spannungsimpulsen. Durch einen frequenzkompensierten Spannungsteiler kann dieser Messfehler ausgeglichen werden.

Schaltung:

Der Tastkopf mit der Anschlussleitung und die Eingangskapazität des Oszilloskopes bilden einen frequenzabhängigen Spannungsteiler. Mit einem Rechtecksignal eines Generators wird der Kondensator C_1 solange verändert, bis das Rechtecksignal optimal abgebildet ist (keine erkennbaren Verzerrungen).
Das Verhältnis von Eingangs- zu Ausgangsspannung bestimmt das Spannungsteilerverhältnis.