0. Kurzeinführung in Blender

s. Arbeitsblätter

1. Vektorräume

Was ist ein euklidischer Raum?

- Dreieck auf einer Fläche hat eine Winkelsumme von 180°
- Dreieck im realen, gekrümmten Raum hat eine Winkelsumme, welche größer sein kann

➔ Am Computer wird ein euklidischer 3D- Raum genutzt (Achsen in der Regel x, y und z)

Achsen eines 3-dimensionalen linearen Raumes

- Links/Rechts
- Hoch/Runter
- Vorne/Hinten

Der euklidische Raum wird mit Hilfe mathematischer Regeln definiert.

1.1 Vektoralgebra

Unterschied Vektor – Skalar:
Ein Vektor hat immer eine Länge und eine Richtung, ein Skalar hat nur einen Wert.

Zweidimensionale Vektorräume ($=\mathbb{R}^2$)

Komplett flache Oberfläche, welche Vektoren enthält

$\vec{v} = v_x \cdot \vec{e}_x + v \cdot \vec{e}_y$ ($\vec{e}_x, \vec{e}_y$ sind die Einheitsvektoren in x- und y-Richtung)

Einheitsvektoren:

$$\vec{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Beispiel:

$$\vec{v} = 2 \cdot \vec{e}_x + 1{,}5 \cdot \vec{e}_y$$
$$= 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1{,}5 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$$

Rechtsgängiges System (Blender) → z-Achse zeigt in die Richtung des Betrachters
Linksgängiges System (Pov-Ray) → z-Achse zeigt vom Betrachter weg

Dreidimensionale Vektorräume ($=\mathbb{R}^3$)

Einheitsvektoren:

$$\vec{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Schreibweisen:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= v_x \cdot \vec{e}_x + v_y \cdot \vec{e}_y + v_z \cdot \vec{e}_z \\ &= \left(v_x, v_y, v_z\right) \ (\to Zeilenvektor) \\ &= \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} (\to Spaltenvektor) \end{aligned}$$

Regeln für einen linearen Vektorraum

Skalarmultiplikation (verlängern, verkürzen → scaling):

$\alpha \in \mathbb{R}$ ist eine reelle Zahl

$$\alpha \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot \vec{v}_x \\ \alpha \cdot \vec{v}_y \\ \alpha \cdot \vec{v}_z \end{pmatrix}$$

Vektoraddition (→ translation):

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \\ a_z + b_z \end{pmatrix} = \vec{c}$$

Skalarprodukt / Vektorprodukt / Rotation / Maxtrixoperationen (kommen noch Ausführlich im Laufe des Seminars)